

单元素养测评卷(一)

第三章

(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. $A_7^2 - C_7^5 =$ ()
 A. 63 B. 10
 C. 21 D. 0

2. 为了了解全国观众对2024年春晚语言类节目的满意度,某网站对2024年春晚的2700名观众按性别采用分层抽样的方法进行抽样调查,已知这2700名观众中男、女人数之比为5:4,若样本容量为135,则不同的抽样结果共有 ()

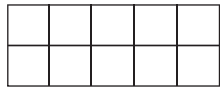
- A. $C_{2700}^{1500} \cdot C_{1200}^{135}$ 种 B. $C_{1500}^{75} \cdot C_{1200}^{60}$ 种
 C. $A_{2700}^{1500} \cdot A_{1200}^{135}$ 种 D. $A_{1500}^{75} \cdot A_{1200}^{60}$ 种

3. 2023^{2024} 被4除的余数为 ()
 A. 0 B. 1
 C. 2 D. 3

4. [2025·湖北宜昌高二期中] $(x - \frac{y}{2})(x + 2y)^5$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为 ()
 A. 12 B. 40
 C. 60 D. 100

5. [2026·湖北荆州高二期中] 记 $(1 + 3x)(1 + x)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{11}x^{11}$, 则 $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} =$ ()
 A. 1023 B. 2047
 C. 2024 D. 4048

6. 在如图所示的10块地中,选出6块种植 A_1, A_2, \dots, A_6 这六个不同品种的蔬菜,每块地种植一种.若 A_1, A_2, A_3 必须横向相邻种在一起, A_4 与 A_5 在横向、纵向都不能相邻种在一起,则不同的种植方案有 ()



- A. 3120种 B. 3360种
 C. 5160种 D. 5520种

7. 已知 $(1 - 3x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$, 则 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + |a_4| + |a_5| =$ ()
 A. 31 B. 1023
 C. 1024 D. 32

8. 在二项式 $(bx^{-\frac{1}{2}} + ax)^8$ 的展开式中,所有项的系数之和记为 S ,第 r 项的系数记为 P_r ,若 $S = 3^8 P_9$, 则 $\frac{a}{b}$ 的值为 ()

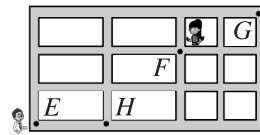
- A. $-\frac{1}{4}$ B. 2或-4
 C. 2 D. $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{4}$

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 已知二项式 $(ax - \frac{1}{\sqrt{x}})^6$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $a = 1$, 则展开式中的常数项为15
 B. 展开式中有理项的个数为4
 C. 若展开式中各项系数之和为64, 则 $a = 3$
 D. 展开式中二项式系数最大的项为第3项

10. [2025·浙江湖州高二期末] 小明与小华两位同学计划去老年公寓参加志愿者活动.小明在如图的街道 E 处,小华在如图的街道 F 处,老年公寓位于如图的 G 处,则下列说法正确的是 ()



- A. 小华到老年公寓的最短路径有4条
 B. 小明到老年公寓的最短路径有35条
 C. 若图中 H 处修路不通,则小明到老年公寓的最短路径有15条
 D. 若小明要去图中 H 处取参加活动的必需物资,则小明到老年公寓的最短路径有25条

11. “杨辉三角”是中国古代数学文化的瑰宝之一,出现在南宋数学家杨辉于1261年所著的《详解九章算术》一书中.“杨辉三角”揭示了二项式系数在三角形数表中的一种几何排列规律,如图所示.下列关于“杨辉三角”的说法中错误的是 ()

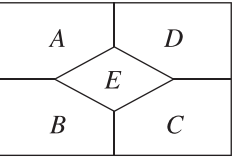
第0行	1
第1行	1 1
第2行	1 2 1
第3行	1 3 3 1
第4行	1 4 6 4 1
第5行	1 5 10 10 5 1
第6行	1 6 15 20 15 6 1
第7行	1 7 21 35 35 21 7 1
第8行	1 8 28 56 70 56 28 8 1

- A. $C_4^3 + C_5^3 + \dots + C_9^3 = 210$
 B. 第2023行中从左往右第1011个数与第1012个数相等
 C. 记第 n 行的第 i 个数为 a_i , 则 $\sum_{i=1}^{n+1} 3^{i-1} a_i = 4^n$
 D. 第20行中第12个数与第13个数的比值为 $\frac{4}{3}$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. [2025·江苏镇江高二期中] $C_{2025}^0 - 2C_{2025}^1 + 2^2C_{2025}^2 - 2^3C_{2025}^3 + \dots + 2^{2024}C_{2025}^{2024} - 2^{2025}C_{2025}^{2025}$ 的值为 _____.

13. 如图所示,现要在五个区域中涂色,有四种颜色可供选择,要求每个区域只涂一种颜色,相邻区域所涂颜色不同,则不同的涂色方法的种数为 _____.(用数字作答)



14. 现有 A, B, C, D, E 五名学生参加现代农业技术模块、影视艺术创作模块和生物创新实验模块这三个模块的实践活动,每个人只能参加一个模块,每个模块至少有一个人参加,其中 A 不参加现代农业技术模块,生物创新实验模块最多有两个人参加,则不同的分配方式共有 _____ 种.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分) 设 $(1 - 2x)^{100} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{100}x^{100} (x \in \mathbf{R})$.
 (1) 求 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$ 的值;
 (2) 求 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99}$ 的值;
 (3) 求 $|a_0| + |a_1| + |a_2| + \dots + |a_{100}|$ 的值.



16. (15分) 已知二项式 $(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{2\sqrt[3]{x}})^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 当 $n=5$ 时, 求二项式的展开式中各项系数的和;

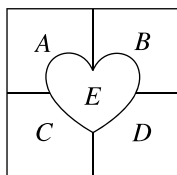
(2) 若 $n=14$, 记二项式的展开式中第 $r+1$ 项的系数为 a_r , 求 $\sum_{r=0}^n r a_r$.

17. (15分) 如图, 某心形花坛中有 A, B, C, D, E 共 5 个区域, 每个区域只种植一种颜色的花.

(1) 要把 5 种不同颜色的花种植到这 5 个区域中, 每种颜色的花都必须种植, 共有多少种不同的种植方案?

(2) 要把 4 种不同颜色的花种植到这 5 个区域中, 每种颜色的花都必须种植, 共有多少种不同的种植方案?

(3) 要把红、黄、蓝、白 4 种不同颜色的花种植到这 5 个区域中, 每种颜色的花都必须种植, 要求相同颜色的花不能相邻种植, 且有两个相邻的区域种植红、黄 2 种不同颜色的花, 共有多少种不同的种植方案?



18. (17分) (1) 若 $x > 0$, 且 n 是正整数, 求证: $(1+x)^n \geq 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2$.

(2) 依据(1)中的结论对下列问题进行近似计算: 假定某市有 1000 万人, 且人口的年平均增长率为 1.1%, 那么 10 年后该市大约有多少万人?

19. (17分) [2025 · 江苏南京高二期中] 我们学过组合数的定义: $C_n^m = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}$, 其中 $m \in \mathbf{N}, n \in \mathbf{N}^*$, 并且 $m \leq n$. 牛顿

在研究广义二项式定理过程中把二项式系数 C_n^m 中的下标 n 推广到任意实数, 规定广义组合数 $C_x^m = \frac{x(x-1)\cdots(x-m+1)}{m!}$ 是组合数的一种推广, 其中 $m \in \mathbf{N}, x \in \mathbf{R}$, 且规定 $C_x^0 = 1$. 于是广义二项式定理可写成 $(1+x)^a = C_a^0 + C_a^1 \cdot x^1 + C_a^2 \cdot x^2 + C_a^3 \cdot x^3 + \cdots + C_a^n \cdot x^n + \cdots$, 其中 $|x| < 1$, 等式右端有无穷项.

(1) 求 C_4^6 和 $C_{0.5}^2$ 的值;

(2) 计算 $1.1^{1.8}$ 的近似值, 结果保留到小数点后两位;

(3) 求 $C_{0.7}^{20} \cdot C_{1.3}^0 + C_{0.7}^{19} \cdot C_{1.3}^1 + C_{0.7}^{18} \cdot C_{1.3}^2 + \cdots + C_{0.7}^1 \cdot C_{1.3}^{19} + C_{0.7}^0 \cdot C_{1.3}^{20}$ 的值.